Компютърна графика

Двумерни координатни трансформации

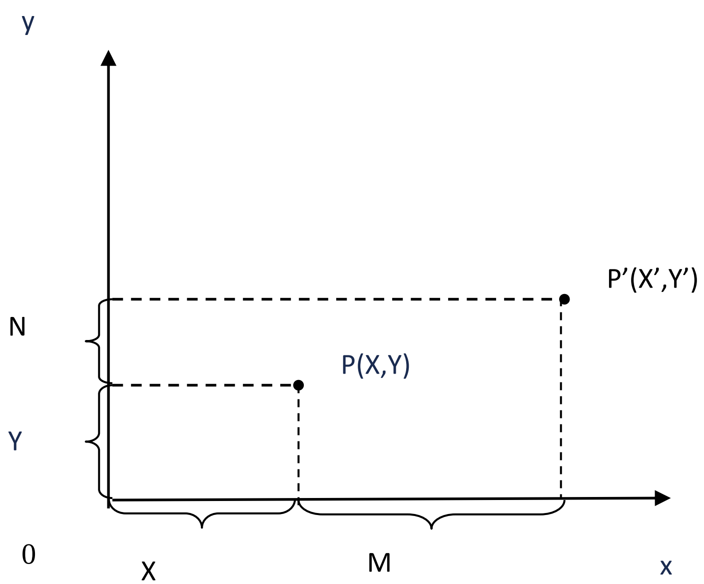
Технически университет - София

Двумерни координатни трансформации

- Транслация

$X' = X + M$

$Y' = Y + N$

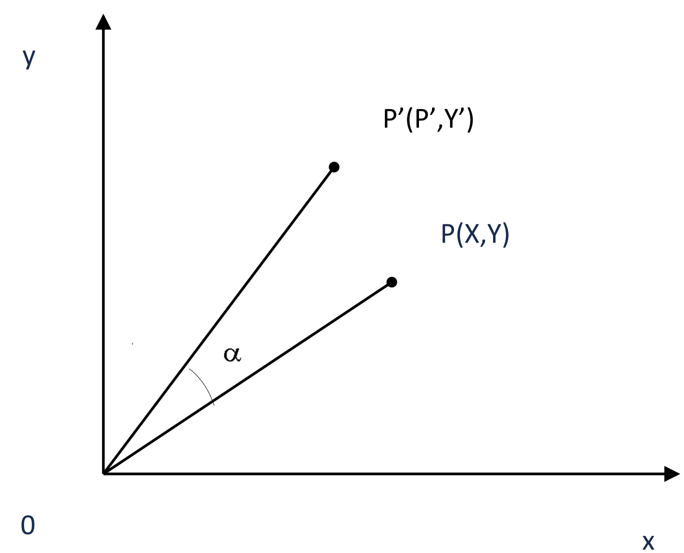


Двумерни координатни трансформации

- Ротация

$$X' = X * \cos(\alpha) - Y * \sin(\alpha)$$

$$Y' = X * \sin(\alpha) + Y * \cos(\alpha)$$

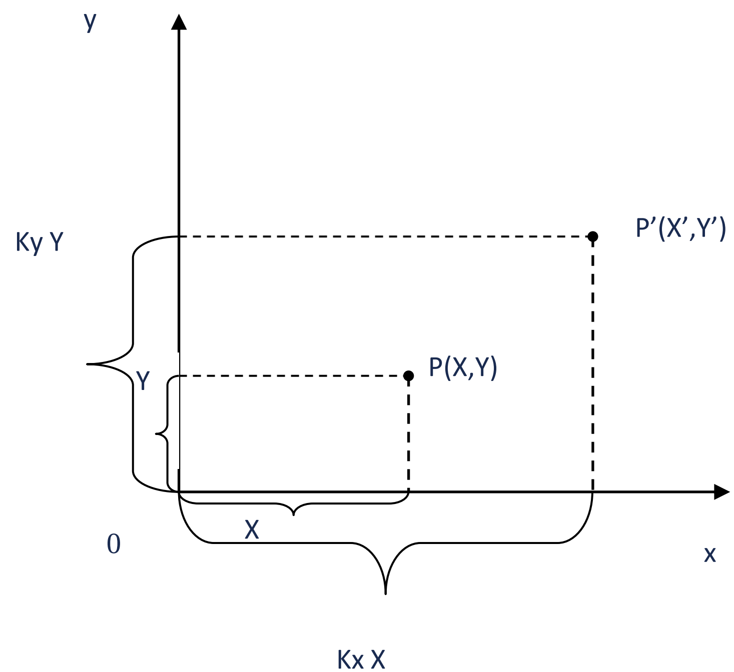


Двумерни координатни трансформации

- Мащабиране

$X' = Kx * X$

$Y' = Ky * Y$

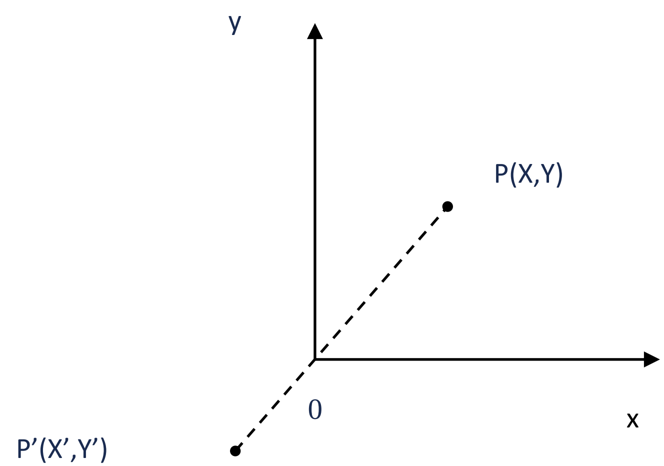


Двумерни координатни трансформации

- Симетрия относно началото на координатната система

X’ = - X

Y’ = - Y

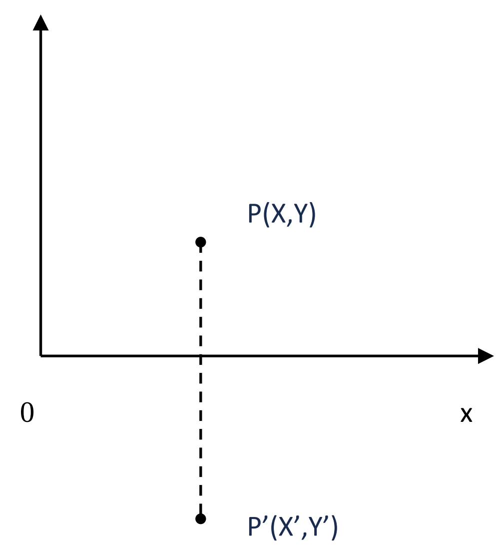


Двумерни координатни трансформации

- Симетрия относно оста OX

$X' = X$

$Y' = -Y$

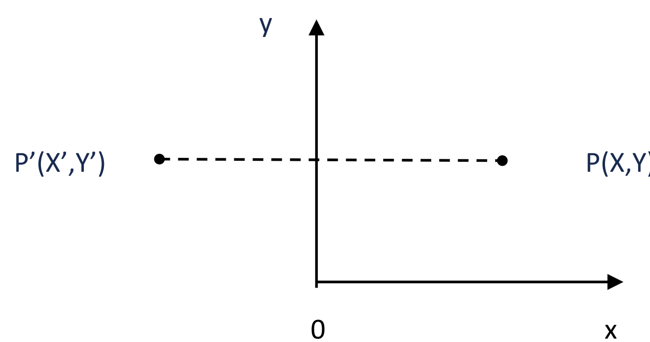


Двумерни координатни трансформации

- Симетрия относно остта ОУ

$X' = -X$

$Y' = Y$



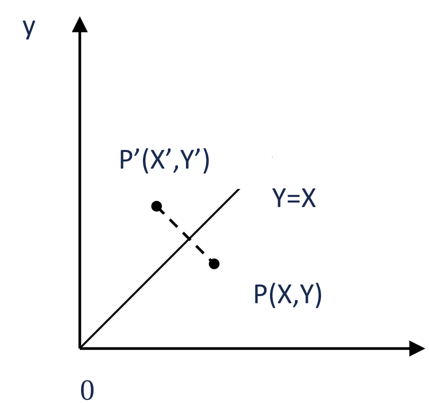
Двумерни координатни трансформации

- Симетрия относно права с уравнение

  $y = x$

$X' = Y$

$Y' = X$



Двумерни координатни трансформации

- В компютърната графика една точка се представя матрично като вектор-ред [X Y 1] – хомогенни координати
- Двумерните трансформации се представят чрез матрици с размерност 3 * 3

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Трансформация над точка с координати (X, Y) в нова точка (X', Y') чрез прилагане на всяка последователност от транслации, ротации и др. се реализира чрез следното матрично умножение

$$[X'\ Y'\ 1] = [X\ Y\ 1] * \begin{vmatrix} A & B & 0 \\ C & D & 0 \\ M & N & 1 \end{vmatrix}$$

Матрицата

$$\begin{vmatrix} A & B & 0 \\ C & D & 0 \\ M & N & 1 \end{vmatrix}$$

с размери 3 * 3, представяща произволна двумерна трансформация, се нарича *обобщена трансформационна матрица* и тя еднозначно и напълно определя трансформацията

- $X' = AX + CY + M$
- $Y' = BX + DY + N$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Транслация с вектор (M, N)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ M & N & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Ротация на ъгъл α относно началото на координатната система

$$\begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Мащабиране с коефициенти Кх и Ку

$$\begin{vmatrix} Kx & 0 & 0 \\ 0 & Ky & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Симетрия относно началото на координатната система

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Симетрия относно оста OX

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Симетрия относно оста OY

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Симетрия относно права y = x

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Двумерни координатни трансформации – матрично представяне

- Описаните по - горе трансформации и комбинации от тях са **афинни трансформации**, т.е. трансформации, които запазват топологията на преобразуваните елементи:
  - права се трансформира в права;
  - средата на отсечка - в среда на новата отсечка;
  - успоредни прави след трансформиране остават успоредни;
  - две пресичащи се прави след трансформиране остават пресичащи се, като пресечната им точка се трансформира в пресечната точка на трансформираните прави.