Маршрут на студент в учебна програма на НБУ

Николай Киров
Департамент Информатика – НБУ
Институт по математика и информатика – БАН

28 декември 2006 г.

Системата за записване на курсове в НБУ

- Всеки семестър (общо n семестъра) на студента се предлагат M_i курсове (учебни дисциплини) от дадена програма и той избира произволно точно m_i курса от тях ($m_i < M_i$, $i = 1, 2, ..., n$).
- По сега действащата програмна схема за бакалавърски програми в НБУ:
  - за $i = 1, 2$ (първа година), изборът е 3 от 5 ($M_i = 5$, $m_i = 3$);
  - за следващите семестри, $i = 3, 4, 5, 6, 7, 8$, изборът е 6 от 8 ($M_i = 8$, $m_i = 6$).

Механизъм за избиране на курсове

Преди да направи своя избор – кои курсове да запише от предстоящия семестър, всеки студент има възможност да се запознае с паспорта на курса, където се дадени преподавателите, учебния материал, системата за оценка и т.н.

Защо студентът не избира (записва) даден курс?

• смята, че той вече има знанията, които ще му даде този курс (аз това вече си го знам и няма смисъл да записвам този курс)

• смята, че знанията, които ще му даде този курс не са му необходими (защо ми е това – никъде не се използва и няма да ми трябва)

Защо студентът избира (записва) даден курс?

• смята, че има някакви знания по темата на курса и този курс ще допълни и задълбочи тези знания (това го знам горе-долу, важно е, и ще запиша курса)

• смята, че знанията, които ще му даде този курс за полезни за него (това ще ми трябва)

- смята, че учебният материал е много труден и той няма да се успее да си вземе изпита
- смята, че преподавателят не е добър и няма смисъл да си губи времето *или* при този преподавателят малко студенти са си взели изпита
- директорът на програмата не е препоръчал този курс

- смята, че учебният материал е много лесен и той без много усилия ще си вземе кредитите от курса
- смята, че преподавателят е много добър и си заслужава да научи нещо от този човек *или* този преподавател "пуска" всички
- директорът на програмата е препоръчал този курс

Възможени, но неприлагани на практика критерии са:

- този курс *не мога* да запиша, тъй като в предварителните изисквания е даден курс от предишен семестър, който аз не съм посещавал!
- този курс *няма* да запиша, защото смятам, че мога самостоятелно да се да усвоя учебния материал от този курс
- този курс *ще запиша*, защото в предварителните изисквания на курс от следващ семестър (който аз искам непременно да запиша!), е включен и този курс

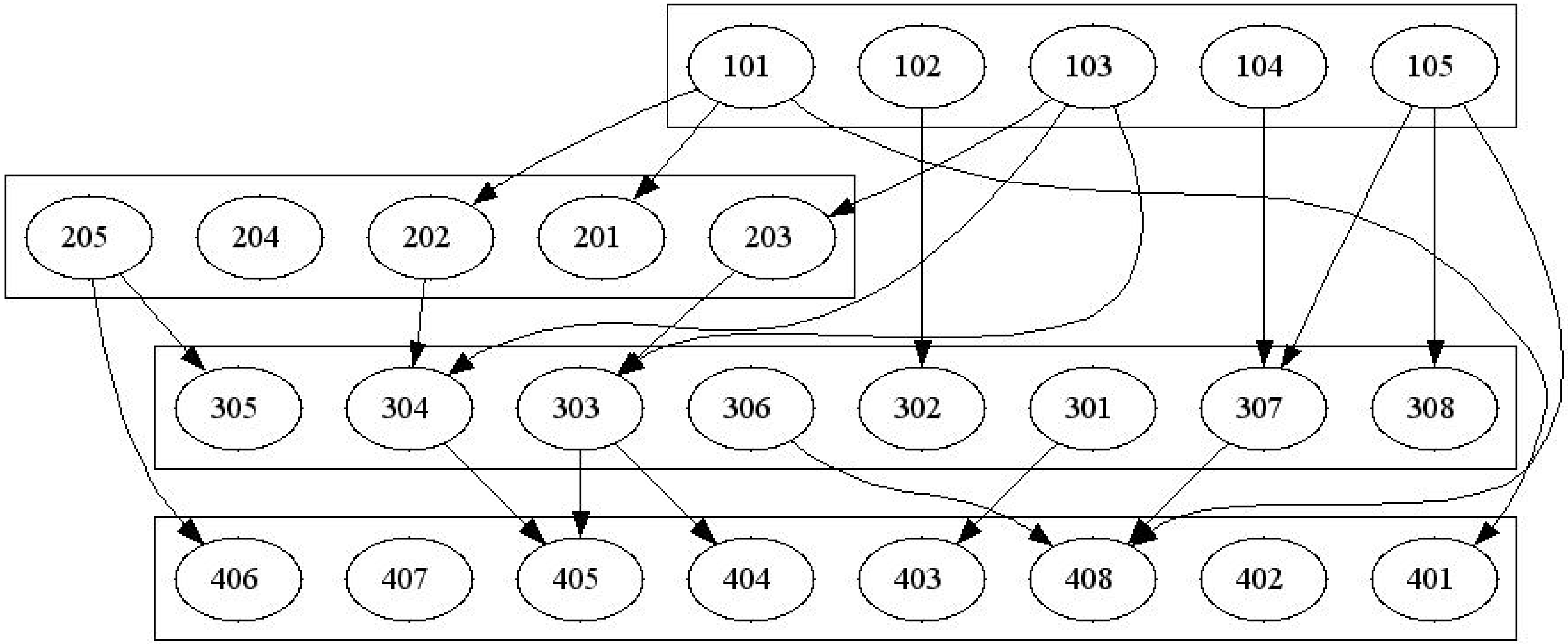
Математически модел

За всеки курс преподавателят задава в паспорта на курса (точка Предварителни изисквания) обем на предварителни знания и умения, които трябва да притежава студента. Тези знания и умения може да са придобити от:

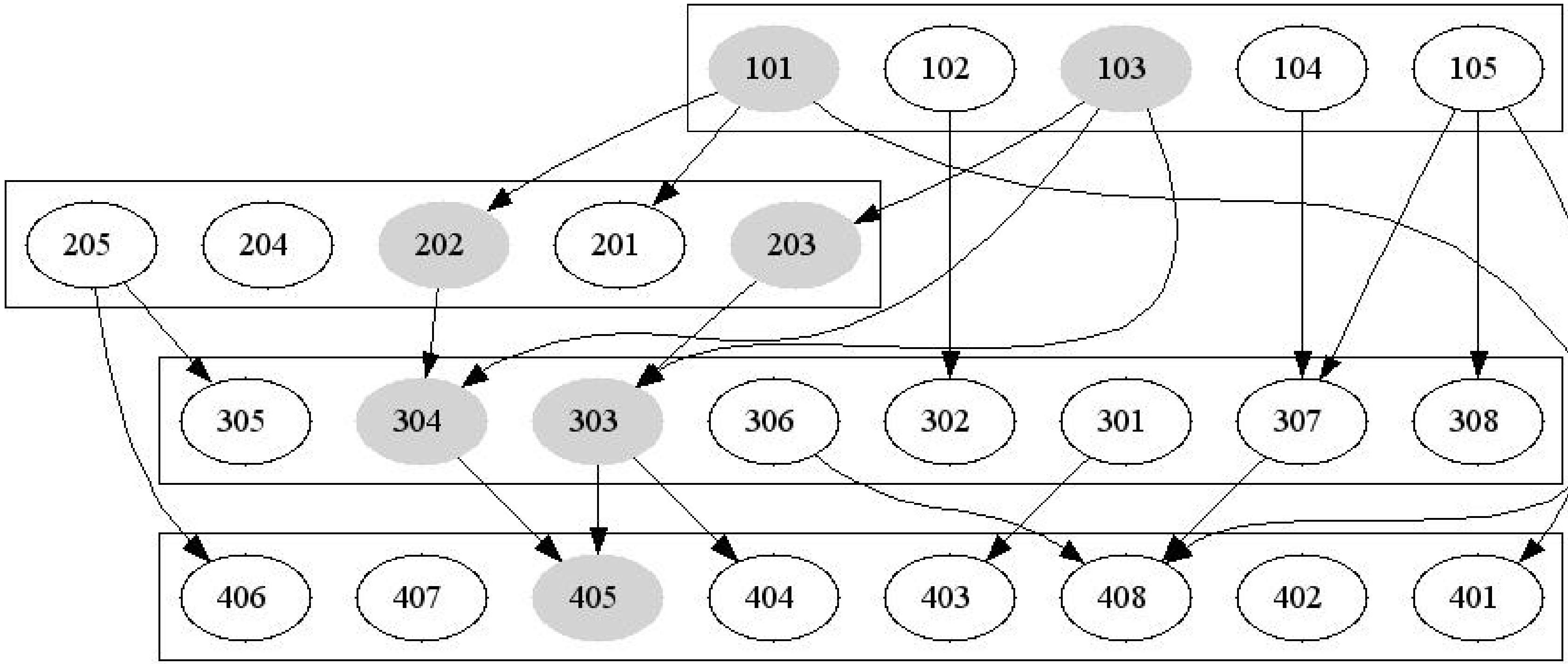
- средното образование
- самоподготовка
- предишни курсове от програмата

Маршрут на студент е списък от курсове по семестри, които студентът трябва да записва, като спазва предварителните изисквания на всеки курс.

- Учебната програма се моделира с *насочен ацикличен граф* (DAG) с върхове учебните дисциплини (курсове) и ребра – връзките между курсовете, както са зададени в паспорта на курса.
- Всеки връх има характеристика ниво – номер на семестър, в който се предлага този курс.
- Началният връх на всяко ребро има по-малко ниво от крайния връх на реброто.
- Естествено се дефинира предшественик и наследник на даден връх, като негови (преки) предшественици са всички курсове (върхове), които са споменати в предварителните изисквания от паспорта на курса.
- Очевидно учебната програма не е дърво, защото даден връх може да има няколко предшественици (а и няколко наследници).
- Не задължително графът да е свързан, а също така може да има компонента на свързаност, състояща се само от един връх.

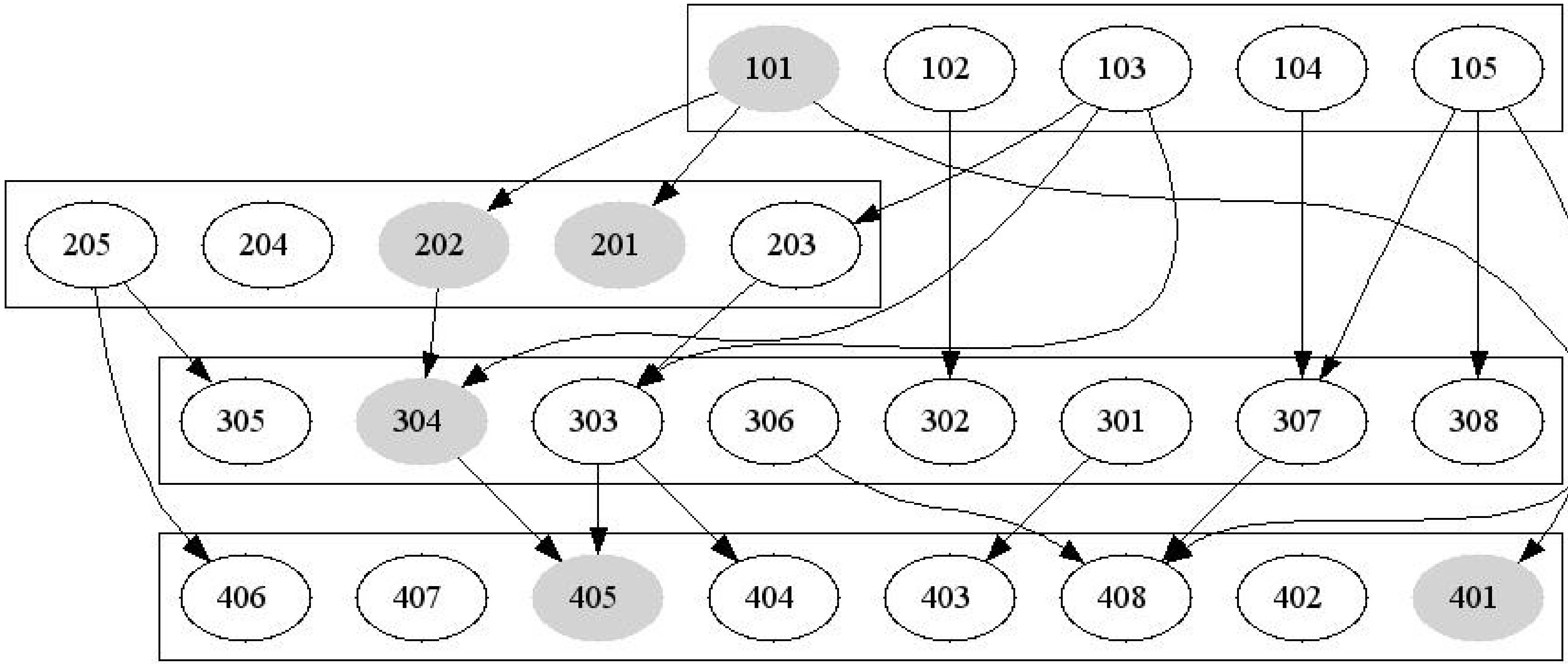


Примерен граф на 4 семестъра от учебна програма на НБУ според действащата програмна схема.



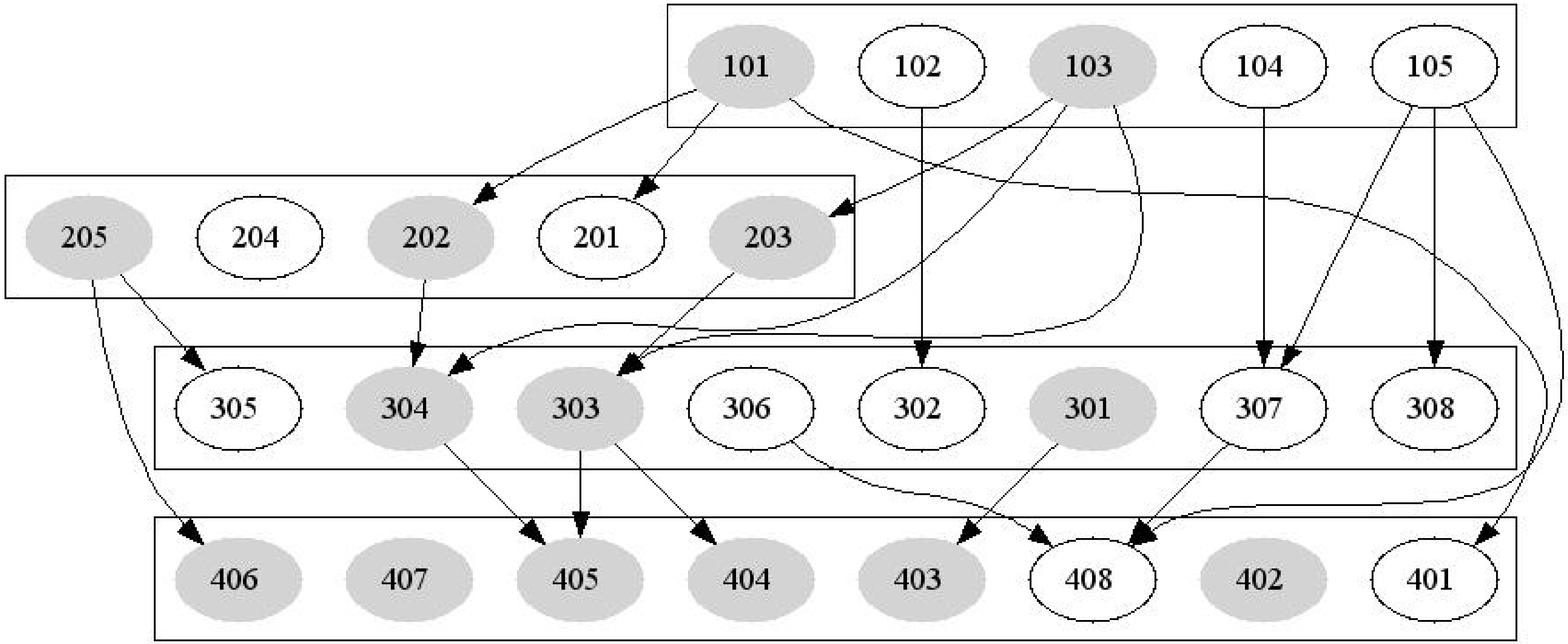
Маршрутен подграф ще наричаме такъв подграф, който заедно с всеки свой връх съдържа и всичките му предшественици.

(Ако студент иска да запише даден курс, то той трябва да е слушал всички курсове от *минималния маршрутен подграф*, съдържащ този курс.)

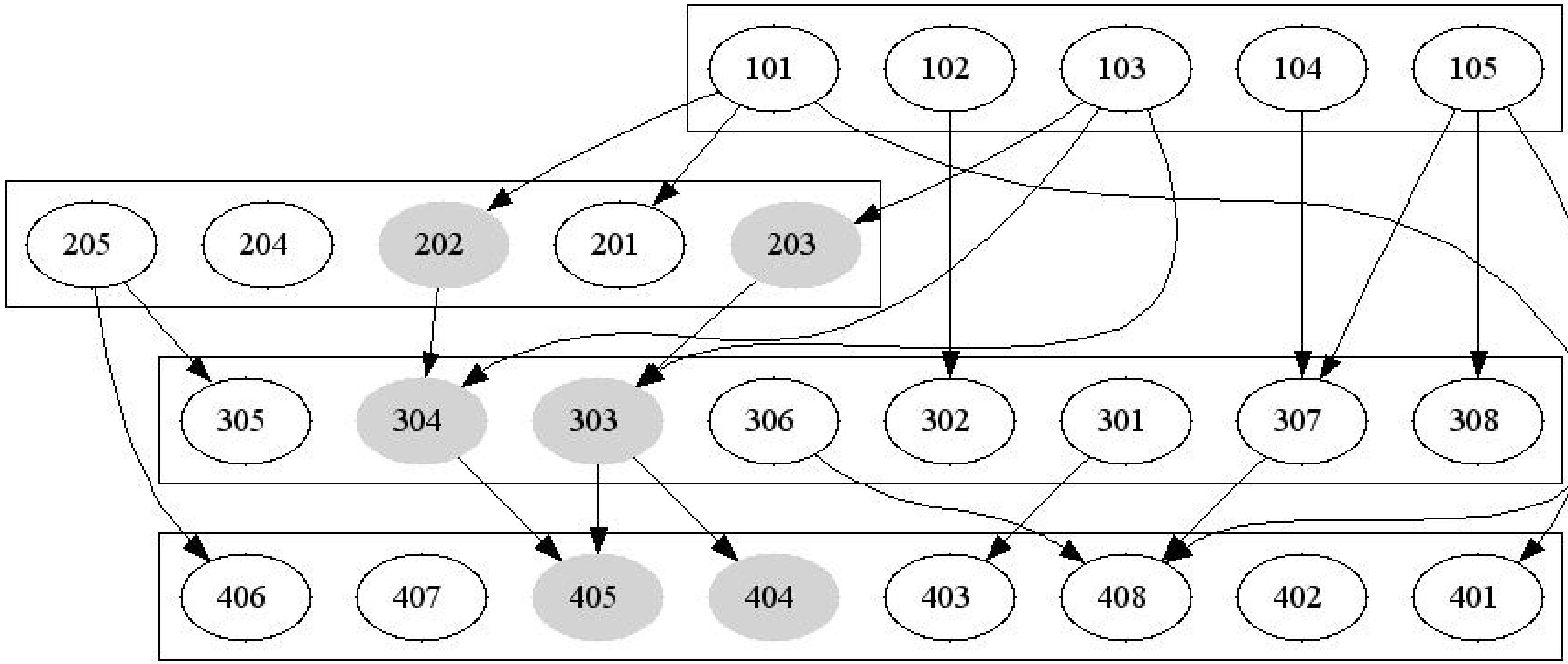


Немаршрутен подграф ще наричаме такъв подграф, който заедно с всеки свой връх съдържа и всичките му наследници.

(Ако студент не запише даден курс, то той не може да запише и никой курс от *минималния немаршрутен подграф*, съдържащ този курс.)

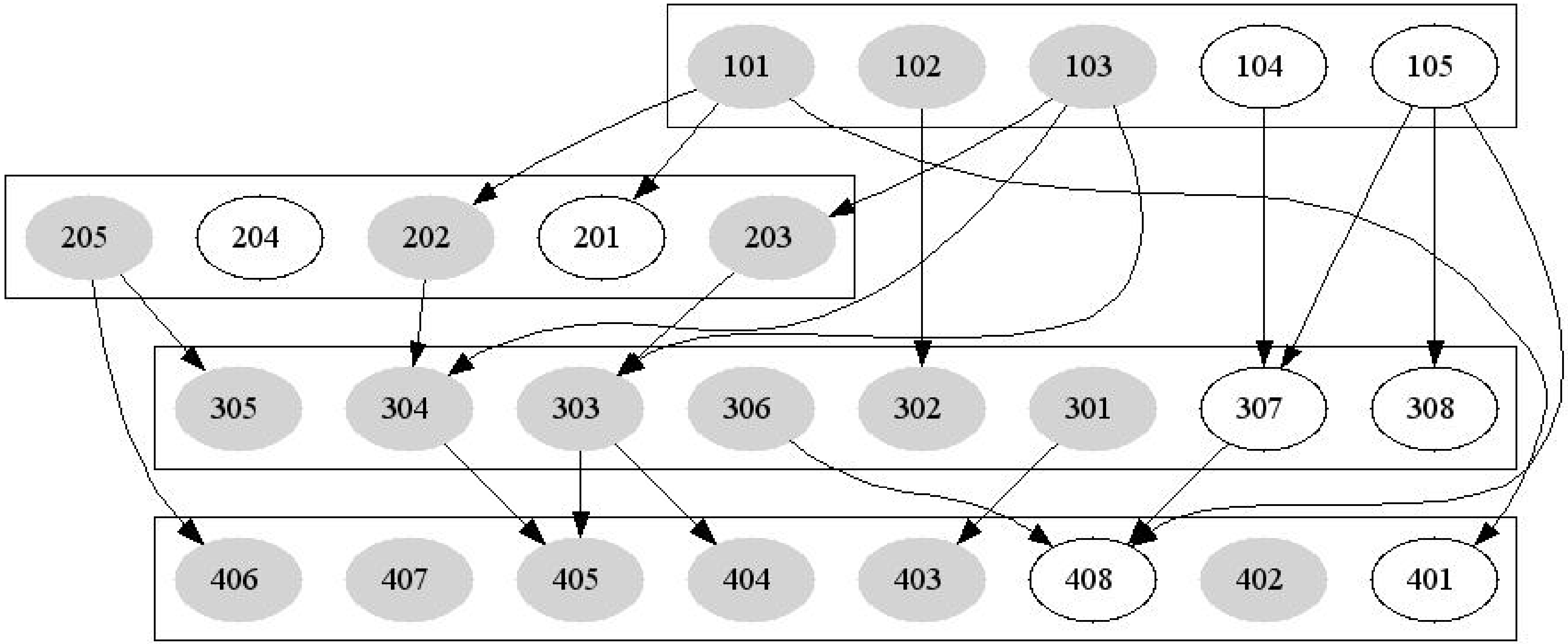


- *i-пълен маршрутен подграф* наричаме маршрутен подграф, кой-то съдържа точно m_i курса от i-тия семестър.
- i-пълен минимален маршрутен подграф ще означаваме с i-ПММП.



- *i-пълен немаршрутен подграф* наричаме немаршрутен подграф, който съдържа точно $M_i - m_i$ курса от i-тия семестър.

- i-пълен минимален немаршрутен подграф ще означаваме с i-ПМНП.



Маршрут на студент (или само *маршрут*) ще наричаме маршрутен подграф, който съдържа m_i върхове от i-тото ниво, за всяко i, т.е. i-пълен маршрутен подграф за всяко $i = 1, 2, \ldots, n$.

Задачи

Задача 1А. Да се докаже, че в дадена програма съществува поне един маршрут на студент; да се намери броя на маршрутите.

Задача 1Б. Критерии за несъществуване на нито един маршрут в дадена програма.

Задача 2. В дадена програма да се намерят всички маршрути.

Задача 3А. При избрано множество курсове от дадена програма, да се намери поне един маршрут на студент, съдържащ тези курсове или да се докаже, че такъв не съществува.

Задача 3Б. При избрано множество курсове от дадена програма, да се намерят всички маршрути, съдържащи тези курсове.

Задача 4А. При избрано множество курсове от дадена програма, да се намери минимален маршрутен подграф, съдържащ тези курсове.

Задача 4Б. При избрано множество курсове от дадена програма, да се намери минимален немаршрутен подграф, съдържащ тези курсове.

Тези задачи се решават директно.

Формализация

- Нека a_{ij} е код на j-тия курс от семестър i, $i = 1, 2, ..., n$, $j = 1, 2, ...M_i$. Нека $x_{ij} \in \{0, 1\}$ е променлива, която показва дали съответния курс е избран или не.
- i-тия семестър студентът избира подмножество от m_i елемента от множеството $\{a_{i1}, a_{i2}, ...a_{iM_i}\}$, т.е. $\sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} = m_i$ за всяко i.
- Върховете на графа са a_{ij}, като i задава нивото на върха.
- Ребрата са наредени двойки $(a_{i_1 j_1}, a_{i_2 j_2})$, като $i_1, i_2 \in \{1, 2, \ldots, n\}$, $i_1 < i_2$, $j_1 \in \{1, 2, \ldots, M_{i_1}\}$, $j_2 \in \{1, 2, \ldots, M_{i_2}\}$.
- За да бъде записан курсът $a_{i_2 j_2}$, студентът трябва да има знанията, предвидени в курса $a_{i_1 j_1}$, т.е. $x_{i_2 j_2} \le x_{i_1 j_1}$.

- Маршрут на студент е всяка точка от множеството, зададено със следните равенства и неравенства:
  - $\sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} = m_i$ за всяко $i = 1, 2, \ldots, n$,
  - $x_{i_2 j_2} \leq x_{i_1 j_1}$ за ребро от a_{i_1, j_1} към $a_{i_2 j_2}$
    $1 \leq i_1, i_2 \leq n,\ 1 \leq j_1 \leq M_{i_1},\ 1 \leq j_2 \leq M_{i_2}$.
  - $0 \leq x_{ij} \leq 1$ – цели числа.
- При произволна целева функция получаваме класическа задача на целочисленото оптимиране.

Алгоритъм за задача 1Б

Критерии за несъществуване на маршрут в дадена програма.

(а) Критерии с маршрутен подграф:

- От даден семестър избираме m_i курса. Намираме i-пълен минимален маршрутен подграф за това множество от курсове (Задача 4А).
- Ако този подграф съдържа повече от m_j върха за j-тия семестър за $j < i$, то избраното множество от m_i курса в i-тия семестър не може да бъде подмножество на маршрут.

(б) Критерии с немаршрутен подграф:

- За множеството от $M_i - m_i$ неизбрани курсове намираме i-пълен минимален немаршрутен подграф (Задача 4Б).
- Ако този подграф съдържа повече от $M_j - m_j$ върха за j-тия семестър за $j > i$, то избраното множество от m_i курса в i-тия семестър не може да бъде подмножество на маршрут.

- Търсеният критерий (достатъчно условие) е: за някой семестър, за всеки избор на множество от m_i курса, то не може да бъде подмножество на маршрут на студент.

- Ако множеството A е i-ПММП за всяко $i = 1, 2, \ldots, n$, то A е маршрут на студент. Малко вероятно е съществуване на такова множество в дадена програма.

- Означаваме с J_i броят на i-ПММП, които могат да бъдат подмножества на маршрути.

Алгоритъм за задача 1А

Да се докаже, че в дадена програма съществува поне един маршрут на студент; да се намери броя на маршрутите.

- Нека A_{ij} е i-пълен минимален маршрутен подграф.
- Тъй като за всеки семестър може да има няколко такива подграфа, вторият индекс задава поредния маршрутен подграф $(j = 1, 2, \ldots, a_i)$.
- С $A_{ij}^{(k)}$ ще означаваме подмножеството на A_{ij} от върхове от ниво k, $k = 1, 2, \ldots, i$, т.е.

$$A_{ij} = A_{ij}^{(1)} \cup A_{ij}^{(2)} \cup \cdots \cup A_{ij}^{(i)}$$

  и $|A_{ij}^{(i)}| = m_i$, а $|A_{ij}^{(k)}| \le m_k$ за $k = 1, 2, \ldots, i-1$.
- Нека A е маршрут на студент. Тогава A е обединение на n броя i-ПМММП, по един от всяко ниво.

$$A = A_{1j_1} \cup A_{2j_2} \cup \cdots \cup A_{nj_n}$$

  за някои $j_1, j_2, \ldots, j_n$, $j_k \le J_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

- Изпълнени са и следните включвания:

$$
\begin{array}{rlll}
A^{(1)}_{2j_2} \subset A_{1j_1}, & A^{(1)}_{3j_3} \subset A_{1j_1}, & \cdots, & A^{(1)}_{nj_n} \subset A_{1j_1} \\
 & A^{(2)}_{3j_3} \subset A^{(2)}_{2j_2}, & \cdots, & A^{(2)}_{nj_n} \subset A^{(2)}_{2j_2} \\
 & & \cdots & \\
 & & & A^{(n-1)}_{nj_n} \subset A^{(n-1)}_{n-1j_{n-1}}
\end{array}
\tag{1}
$$

Това са необходими и достатъчни условия множеството A да бъде маршрут на студент.

- Решението ще търсим по метода на пълното изчерпване. За всеки избор на n-торка $(j_1, j_2, \ldots, j_n)$, $1 \leq j_k \leq J_k$ за всяко k.

Програма *Мрежови технологии*

- Програма *Мрежови технологии* е бакалавърска програма на департамент Информатика (тази година има I, II и III курс).
- Тъй като учебният материал на някои курсове не може да бъде предаден и усвоен в рамките на 30 аудиторни часа, за тези курсове сме предвидили и "съпътстващ" курс (познат в други университети или в схеми на НБУ като "упражнения", "практикум", "лабораторни занятия" и др.).
- Затова някои курсове са обединени по двойки, като препоръчваме на студентите да записват или не и двата курса.
- Програмата предлага два модула: *Администриране на мрежи* и *Програмиране в Интернет*.
- За сега на практика студентите имат право да избират произволни курсове и от двата модула.

Курсове в програмата Мрежови технологии

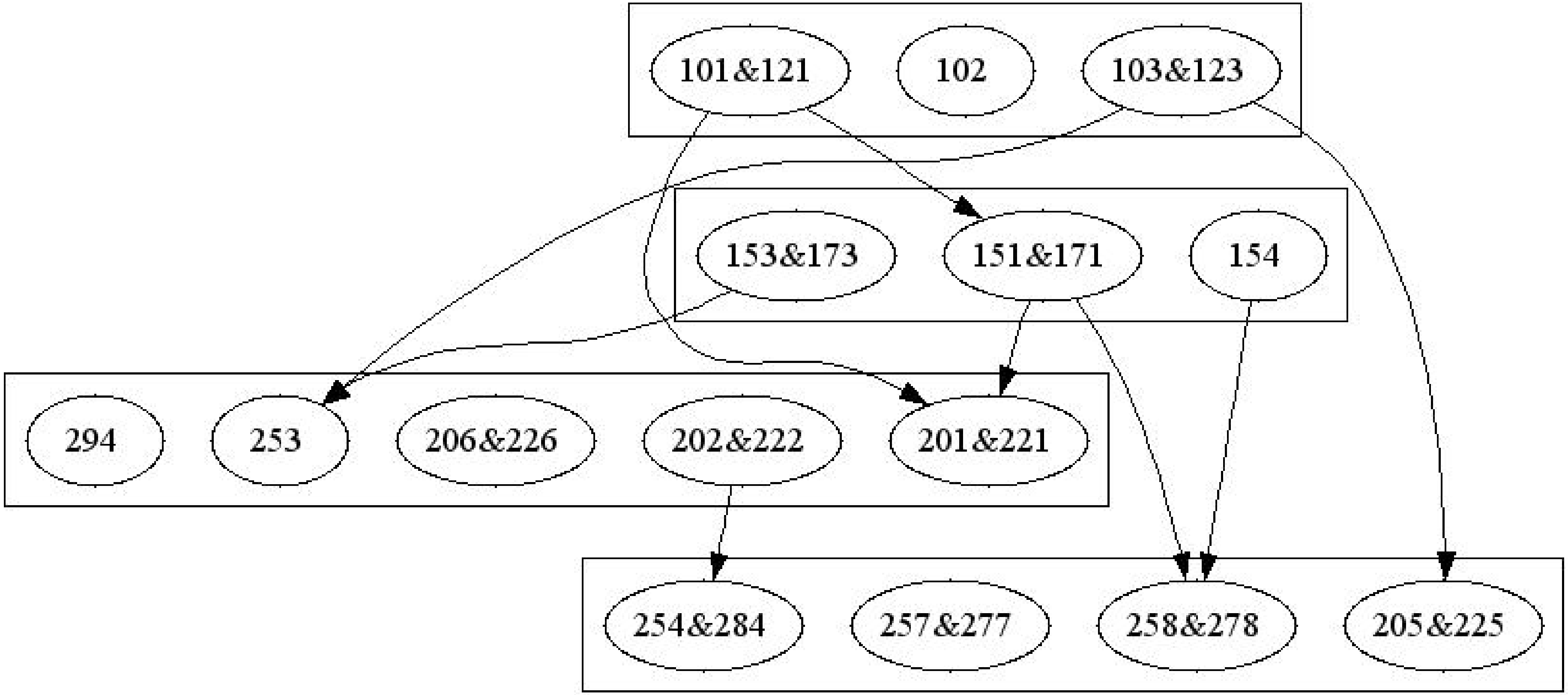
К	С	И	К	у	р	с	о	в	е				
1	1	3 5	101&121	102	103&123								
1	2	3 5	151&171	153&173	154								
2	3	6 8	201&221	202&222	206&226	253	294						
2	4	6 8	205&225	254&284	257&277	258&278							
3	5	6 8(14)	274	302	307&317	324&334	341	359	301&311	303	305	321	343
3	6	6 8(11)	352&362	356	357	358&368	371	391	351	353&373			
4	7	6 8(12)	401&411	404&414	409&419	434	435	421	408&418	422			
4	8	6 8(13)	452	454	457&467	474&484	470	464	451&461	458&468	478		

Курсовете от модул *Администриране* са означени с червено, а тези от модул *Програмиране* – със синьо. Общите за двата модула курсове са в черно.

Общо в програмата имаме 76 курса, от които 25 са двойни и 26 единични, т.е. графът, представящ програмата има 51 върха. Връзките между курсовете са 76.

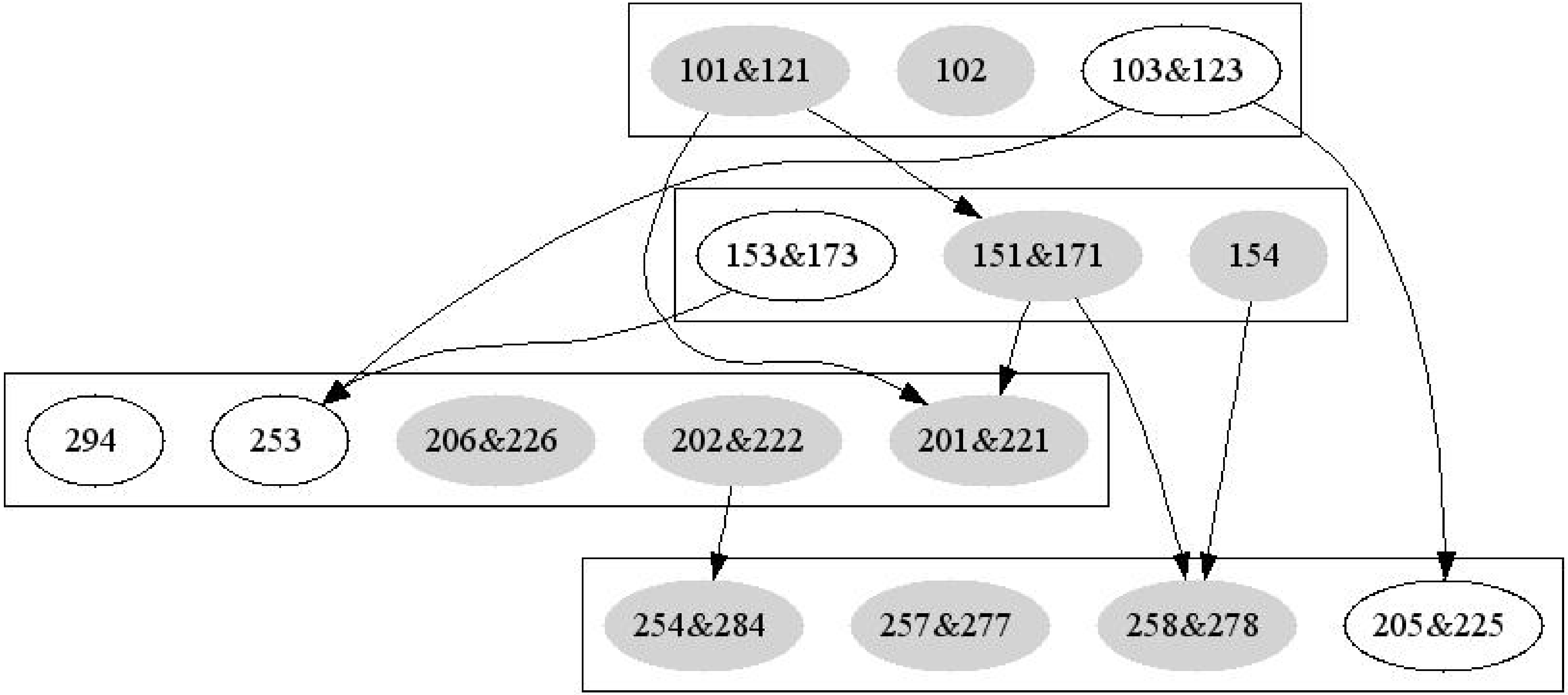
[net2.jpg] [net2.xls] [net2.dot] [net2.txt]

Подграф за 1-4 семестри за програма *Мрежови технологии*



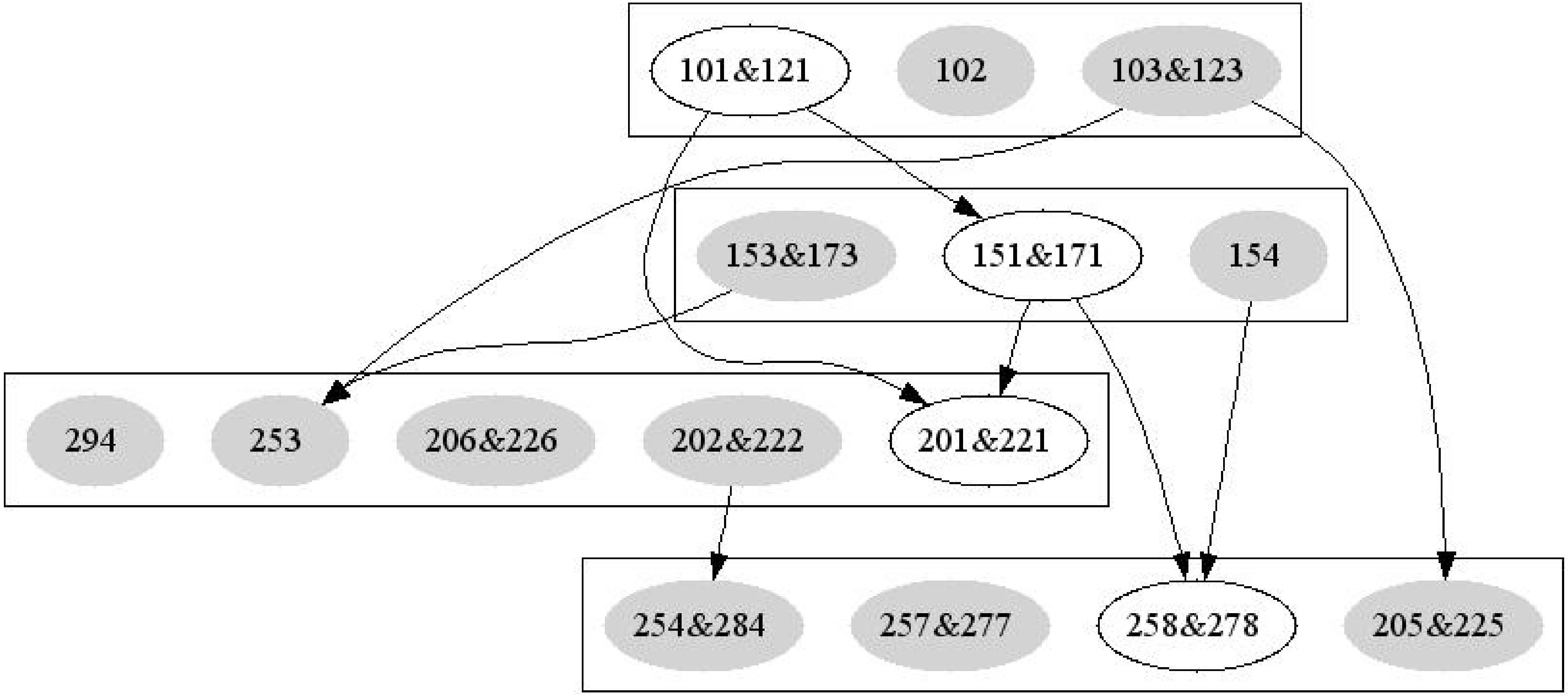
- Има по 2 i-ПММП за $i = 1, 2$ (изборът е 3 курса).
- Има няколко i-ПММП за $i = 3, 4$ (изборът е 6 курса).

Подграф за 1-4 семестри за програма *Мрежови технологии*



- Има маршрути за тези 4 семестъра (без да се отчитат връзките със следващите семестри!)

Подграф за 1-4 семестри за програма *Мрежови технологии*



- Има маршрути за тези 4 семестъра (без да се отчитат връзките със следващите семестри!)

Резултати за програма *Мрежови технологии*

(а)	(б)	(в)	(г)	(д)	(е)	(ж)
1	1	3	5	1	1	1
1	2	3	5	2	2	2
2	3	6	8	2	1	1
2	4	6	8	2	1	1
3	5	6	14	120	22	22
3	6	6	11	20	344	344
4	7	6	12	13	0	876
4	8	6	13	84	0	15 312

(а) Курс
(б) Семестър
(в) Брой избирани курсове
(г) Брой предлагани курсове
(д) Брой на пълните минимални маршрутни подграфи за съответния семестър
(е), (ж) Брой на маршрутите до съответния семестър

В програма *Мрежове технологии* няма нито един маршрут! В седми семестър не могат да се изберат 6 курса, както се вижда от стълб (е) на таблицата.

С премахване само на една връзка в 7-ми семестър (401&411 не иска 294), получаваме много маршрути в програмата, дадени в стълб (ж) на таблицата. Пример на маршрут: `itiner.txt`

Изисквания към преподавателите и релаксирана задача

- Всеки преподавател ясно да определи кои курсове са необходими за усвояване на знанията от неговия курс.
- Всеки преподавател определя два вида "предварителни курсове":
  - абсолютно необходими (без този курс не може)
  - препоръчителни (добре е студентът да е слушал този курс)
- В този случай в графа ще имаме два вида ребра – "необходими" и "препоръчителни". Задачите могат да се решават само за "необходими" ребра. При избор от няколко получени решения (маршрути) може да се добави оптимизационен критерий по "препоръчителните" ребра.

- Ако не съществува решение (или има малко решения), се налага да се промени учебното съдържание на някои курсове. Кои точно да са те, може да се определи от решения оптимизационни задачи. Например премахване от графа на минимален брой ребра за гарантиране съществуването на поне едно решение (или на достатъчен брой маршрути).

Други възможности

- Има и друг подход към съставянето на учебна програма – да се постави един и същи учебен материал в няколко курса от един и същи или различни семестъра.
- Тогава предварителните изисквания към даден курс се формулират с дизюнкция, т.е. изискват се знания или от този или от другия курс.
- Задачата се усложнява, като някои ограничения ще се във вид на логически изрази
- Този подход обаче крие опасността даден студент да събере необходимите кредити от програмата като записва удобни за него курсове с припокриващ се учебен материал и по такъв начин да не получи предвидените знания и умения за тази програма.

Според правилата на НБУ студентът може да запише и повече от предвидения минимум курсове m_i за даден семестър, т.е. да запише x_i курса в i-тия семестър $m_i \leq x_i \leq M_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Тогава задачата за намиране на маршрут на студент има тривиално решение $x_i = M_i$ за всяко i. Но тъй като за завършване на програмата са необходими определен брой кредити (които съответстват на определен брой курсове $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$), то тези кредити могат да се съберат и преди последния семестър.

При сега действащите условия $m = 2.3 + 6.6 = 42$ и 6 семестъра са достатъчни за събиране на всички кредити от 42 курса, защото $42 = 2.5 + 4.8$. Това означава, че студентът може да учи само 3 години, да не записва изобщо курсове от четвъртата година и успешно да завърши бакалавърската програма!

Ако искаме да минимизираме броят на допълнителни курсове, то ще трябва да решаваме следната оптимизационна задача:

$$\text{min} \sum_{i=1}^{n} y_i \quad \text{за} \quad m_i \leq y_i \leq M_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

и съществуване на маршрут в програмата с точно y_i курса в i-тия семестър.

Ползата

- Колко са маршрутите в дадена програма, кои са те, в колко маршрути участва даден курс (или не участва в никой маршрут)?
- Какъв е реалният избор на студента и при предлагане на задължителни курсове, с колко те ограничават този избор?
- Всеки семестър даден студент избира маршрут или множество от маршрути, които му гарантират възможността за успешно завършване на програмата и получаване на съответните знания и умения (компетентности).
- Едновременно с това, може да се получи и немаршрутния подграф за курсовете, които студентът не е записал този семестър. Той му показва кои курсове няма да може да запише през следващите семестри.

Благодаря за вниманието.